

Торайғыров университетінің хабаршысы  
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ  
Вестник Торайғыров университета

---

# Торайғыров университетінің ХАБАРШЫСЫ

Энергетикалық сериясы  
1997 жылдан бастап шығады



## ВЕСТНИК Торайғыров университета

Энергетическая серия  
Издается с 1997 года

ISSN 2710-3420

№ 1 (2021)

---

Павлодар

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ**  
**Вестник Торайгыров университета**

**Энергетическая серия**  
выходит 4 раза в год

---

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о постановке на переучет периодического печатного издания,  
информационного агентства и сетевого издания

№ 14310-Ж

выдано

Министерство информации и общественного развития  
Республики Казахстан

**Тематическая направленность**

публикация материалов в области электроэнергетики,  
электротехнологии, автоматизации, автоматизированных и  
информационных систем, электромеханики и теплоэнергетики

**Подписной индекс – 76136**

<https://doi.org/10.48081/OGVZ5983>

---

**Бас редакторы – главный редактор**

Кислов А. П.

*к.т.н., доцент*

Заместитель главного редактора

Талипов О. М., *доктор PhD, доцент*

Ответственный секретарь

Приходько Е. В., *к.т.н., профессор*

**Редакция алкасы – Редакционная коллегия**

Клецель М. Я., *д.т.н., профессор*  
Новожилов А. Н., *д.т.н., профессор*  
Никитин К. И., *д.т.н., профессор (Россия)*  
Никифоров А. С., *д.т.н., профессор*  
Новожилов Т. А., *к.т.н., доцент (Россия)*  
Оспанова Н. Н., *к.п.н., доцент*  
Нефтисов А. В., *доктор PhD, доцент*  
Шокубаева З. Ж. *технический редактор*

---

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели

Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов

При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник Торайгыров университета» обязательна

© Торайгыров университет

**\*Т. С. Герасименко**

Казахский Агротехнический университет имени С. Сейфуллина,  
Республика Казахстан, г. Нур-Султан

## **ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ТОКА В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ЧАСТОТ В КООКСИАЛЬНОМ КАБЕЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДЫ COMSOL MULTIPHYSICS**

*В данной статье рассматриваются вопросы математического моделирования магнитного поля одножильного коаксиального кабеля, расчёт которого проводился методом конечных элементов. В программном комплексе COMSOL MULTIPHYSICS, для исследования магнитных полей была разработана математическая модель коаксиального кабеля с медной жилой, которая позволила исследовать указанные поля в области высоких частот. В работе очень наглядно продемонстрировано действие скин-эффекта, которое заключается в вытеснении электрических зарядов от центра проводника на его поверхность при протекании по нему переменного электрического тока при различных значениях частоты. Так же была рассчитана толщина скин-слоя для проводников, выполненных из различных материалов, обладающих хорошей проводимостью. В конце статьи автором приведены некоторые рекомендации, которых стоит придерживаться при проведении мероприятий по устранению поверхностного эффекта.*

*Ключевые слова: математическое моделирование, магнитное поле, коаксиальный кабель, скин-эффект.*

### **Введение**

Осуществляя выбор кабельной продукции необходимо учитывать поверхностный эффект при расчете активного сопротивления переменному току, особенно, в области высоких частот.

Коаксиальный кабель – это кабель, в котором есть центральный проводник и экран, которые расположены соосно и разделены между собой изоляционным материалом. Данный тип кабелей применяется для

передачи радиочастотных сигналов. Данная конструкция, обеспечивает совпадение осей и компоненты электромагнитного поля сосредотачиваются в пространстве между проводниками, что не только препятствует потерям, но и защищает от внешних электромагнитных излучений. Полностью исключить потери можно только в идеальном коаксиальном кабеле, который в реальности существовать не может, так как невозможно добиться необходимой геометрии. Тем не менее, процент потерь очень низкий, а для рабочих частот обеспечиваются стабильные характеристики [1].

Для расчета качества функционирования кабеля, его характеристического импеданса и потерь возникающих при распространении сигналов используются распределенные (удельные) параметры: последовательное сопротивление ( $R$ ), последовательная индуктивность ( $L$ ), шунтирующая емкость ( $C$ ) и шунтирующая проводимость ( $G$ ), которые определяются из решения уравнений Максвелла для электромагнитного поля [2]. Для численного нахождения решения уравнений Максвелла, можно использовать среду COMSOL Multiphysics, которая позволит определить, каким образом изменяются параметры кабеля и его эффективность при различных режимах работы и условиях эксплуатации. В данной статье проводится исследование коаксиального кабеля в области магнитных полей при различных частотах от 1 Гц до 1 ГГц.

### **Материалы и методы**

Исследования электромагнитных процессов в энергетических установках удобнее проводить на математической модели, созданной в программном комплексе COMSOL Multiphysics обладающим широкими возможностями и зарекомендовавшим себя с лучшей стороны.

Разработанная модель коаксиального кабеля в данной среде проектирования имеет характерные размеры: диаметр внутренней жилы  $a = 0,405$  мм; диаметр жилы с изоляцией  $b = 1,045$  мм; толщина экрана  $t = 0,1$  мм. Диэлектрическая сердцевина между внутренним и внешним проводником (экраном) имеет относительную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_r = 2,25 - j \cdot 0,01$ , относительную магнитную проницаемость  $\mu_r = 1$  и нулевую проводимость, тогда как внутренний и внешний проводники обладают проводимостью  $\sigma = 5,98 \cdot e^7$  С/м (медный проводник). На рисунке 1 показано поперечное сечение коаксиального кабеля.

Стандартный метод решения для линий электропередач заключается в том, что структура электромагнитных полей в кабеле предполагается известной, а именно считается, что они будут осциллировать и затухать в направлении распространения волны, в то время как в поперечном направлении профиль сечения поля остается неизменным. Если затем мы находим решение, удовлетворяющее исходным уравнениям, то в силу теоремы единственности, найденное решение будет являться верным.

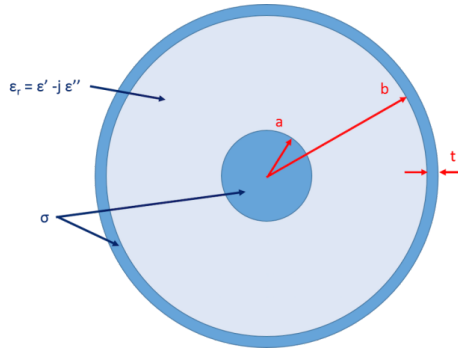


Рисунок 1 – Поперечное сечение коаксиального кабеля (2D)

На математическом языке все вышесказанное эквивалентно тому, что решение уравнений Максвелла ищется в виде *анзац*-формы для электромагнитного поля:

$$E(x,y,z) = \tilde{E}(x,y)e^{-\gamma z},$$

где  $\gamma = \alpha + j\beta$  – комплексная постоянная распространения,  
 $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты затухания и распространения волны.

В цилиндрических координатах для коаксиального кабеля, это приводит к хорошо известным решениям для полей:

$$\mathbf{E} = \frac{V_0 \hat{r}}{r \ln(b/a)} e^{-\gamma z}$$

$$\mathbf{H} = \frac{I_0 \hat{\phi}}{2\pi r} e^{-\gamma z}$$

из которых, затем получаются распределенные параметры на единицу длины [3].

В моделировании коаксиального кабеля при использовании интерфейса «магнитные поля» (magnetic fields) в модуле AC/DC необходимо провести дополнительные настройки. Все *проводниковые области необходимо добавить к узлу «одновитковая катушка» (single-turn coil) в разделе «группа катушек» (group of coils), так как выбранная опция обратного направления тока гарантирует, что направление тока во внутреннем проводнике будет противоположным току внешнего*

проводника, что обозначается на рисунке 2 точками и крестиками. Поэтому при расчете частотной зависимости будет учитываться распределение тока в одновитковой катушке, а не произвольное распределение тока. Благодаря этому, результаты численного моделирования хорошо согласуются с аналитическими решениями для области высоких частот [3].

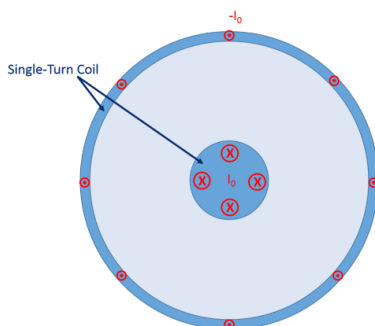


Рисунок 2 – Направления тока в проводниках коаксиального кабеля

При расчете данной модели коаксиального медного кабеля был получен график, который показывает распределение магнитной величины (плотности тока) на частоте от 1 Гц до 1 ГГц ( $10^9$ ).

### Результаты и обсуждение

Анализируя полученное распределение можно сделать вывод, что в области высоких частот (от  $10^6$  Гц до  $10^9$  Гц) весь ток сосредоточен в очень узкой области, которая соответствует толщине скин-слоя. При исследовании распределения плотности тока по проводнику в области более низких частот (от  $10^5$  Гц до 1 Гц), ток будет распределен либо по всему сечению, либо в очень большой области (рисунок 3).

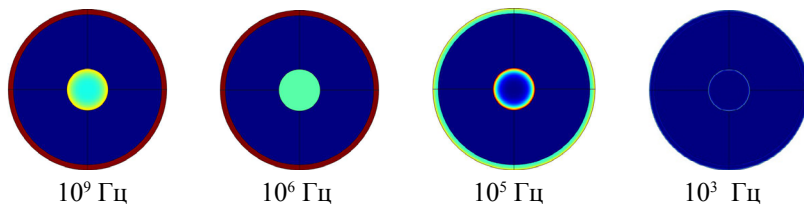


Рисунок 3 – Распределение плотности тока в проводнике коаксиального кабеля при различных частотах

Неравномерное распределение плотности тока при различных частотах наглядно демонстрирует так называемый скин-эффект т.е. поверхностный эффект – затухание электромагнитных волн по мере их проникновения в глубь проводящей среды, в результате которого, переменный ток по сечению проводника распределяется не равномерно, а преимущественно в поверхностном слое. Скин-эффект обусловлен тем, что при распространении электромагнитной волны в проводящей среде возникают вихревые токи, в результате чего, часть электромагнитной энергии преобразуется в теплоту. Это и приводит к уменьшению напряжённостей электрического поля и плотности тока, т. е. к затуханию волны.

Чем выше частота электромагнитного поля и больше магнитная проницаемость проводника, тем сильнее (в соответствии с Максвелла уравнениями) вихревое электрическое поле, создаваемое переменным магнитным полем, а чем больше проводимость проводника, тем больше плотность тока и рассеиваемая в единице объёма мощность (в соответствии с законами Ома и Джоуля – Ленца) [4].

На изображении представленном на рисунке 3, наглядно можно увидеть распределение тока в проводнике круглого сечения. За границами глубины проникновения, движение тока либо отсутствует полностью, либо настолько мало, что им можно пренебречь.

Если центральную часть проводника, там, где отсутствует протекания тока, удалить, то получится полый проводник и при этом проводящие характеристики останутся на прежнем уровне без изменений. Сопротивление будет такое же, единственное изменится индуктивная и емкостная составляющая проводника.

Отсюда можно сделать вывод, что сопротивление проводника в электрической цепи имеет зависимость не только от материала проводника, но и от того, какой частоты ток проходит по нему. При значительных величинах частоты практически весь ток будет протекать по внешней границе проводника в зоне его контактирования с внешней средой.

Если в разделе Global Definitions (вкладка Parameters) ввести аналитическое выражение для определения толщины скин-слоя (рисунок 4), то можно получить его численную зависимость от частоты, которая показывает, что в области высоких частот глубина проникновения тока в проводнике ничтожно мала (около 0,002 мм для  $f=10^9$  Гц) (рисунок 5).

Settings

Parameters

Name	Expression	Value	Description
dR	1,045[mm]	0.001045 m	
eR	0.1[mm]	1E-4 m	
V0	1[V]	1 V	
I0	1[A]	1 A	
eps_d	2.25	2.25	
sigma_d	1e-14[S/m]	1E-14 S/m	
mu_d	1	1	
f_max	1e9[Hz]	1E9 Hz	
delta_s	$\text{sqrt}(2/(2 \cdot \pi^2 \cdot f_{\text{max}} \cdot \text{mur\_coax} \cdot \text{mu}_0 \cdot \text{const} \cdot \text{sigma\_c\_coax}))$	2.0591E-6 m	
mur_coax	1	1	
sigma_c_cox	5.98e7[S/m]	5.98E7 S/m	
d	1[m]	1 m	
aR	0.405[mm]	4.05E-4 m	Center

Рисунок 4 – Запись выражения для определения толщины скин-слоя

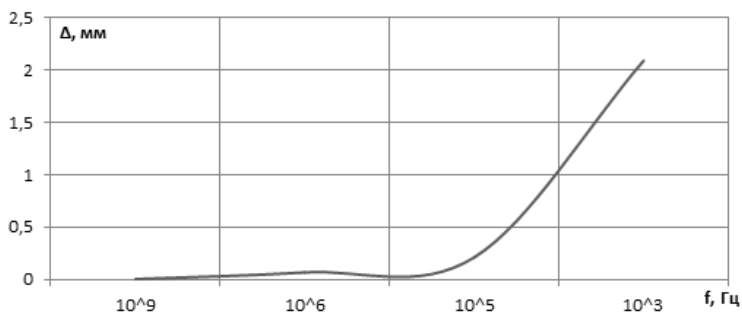


Рисунок 5 – Зависимость толщины скин-слоя от частоты тока в коаксиальном кабеле с медным проводником

Плотность тока убывает от поверхности к оси провода примерно по экспоненциальному закону.

При изменении выбора материала для токопроводящей жилы коаксиального кабеля в его математической модели и расчете значения толщины скин-слоя на различных частотах были получены следующие зависимости представленные на рисунке 6.

Полученное распределение плотности тока в зависимости от его частоты позволяет осуществить возможность выполнять передачу электрических сигналов различных частот по одному и тому же проводнику. Например высокочастотные сигналы будут передаваться по внешнему радиусу проводника, а низкочастотные – по внутреннему.



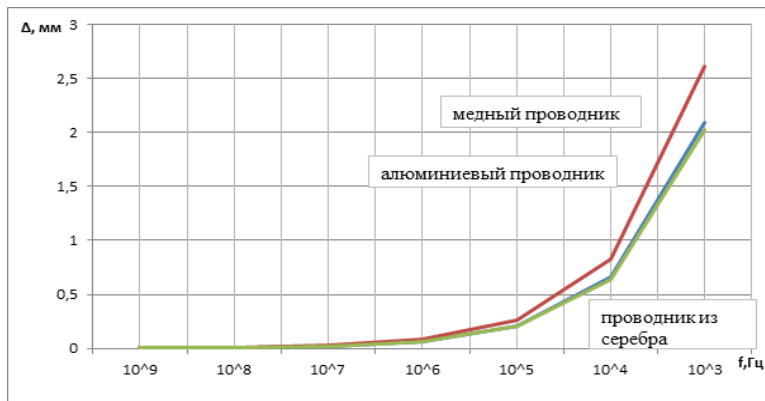


Рисунок 6 – Зависимость толщины скин – слоя от частоты тока в коаксиальном кабеле с жилами из различных проводников

Так же, зная максимально возможную глубину проникновения тока в медный проводник, нет смысла делать монолитную жилу большего сечения. А если требуется проводник с большим сечением, то целесообразней применять многожильный провод. Так как для многожильного провода говорить о конкретной величине скин-глубины очень сложно. Множественные переплетения и контакты между отдельными проводниками, образующими электропроводящую жилу не дают возможности точно рассчитать и оценить ее величину. В меньшей степени скин-эффект сказывается для многопроводного кабеля, каждый отдельный проводник жилы в котором имеет изоляционный слой. У него, по крайней мере, можно теоретически точно просчитать величину площади поверхности, которая будет большей по отношению к одножильному при равной площади сечения.

Так как с увеличением частоты переменного тока скин-эффект проявляется все более явно, это заставляет учитывать его при конструировании и расчетах электрических схем. Например, вместо обычных медных проводов могут применяться медные провода, покрытые тонким слоем серебра. Серебро обладает наибольшей проводимостью среди всех металлов, и тонкий его слой, в котором благодаря скин-эффекту и протекает большая часть тока, оказывает сильное влияние на общее сопротивление проводника.

### Выводы

Таким образом, используя программу COMSOL Multiphysics, можно получить картину распределения магнитных полей в коаксиальном кабеле при выполнении частотного анализа и соответствующие значения основных

параметров данного кабеля, а также произвести расчет величины скин-слоя для различных проводников.

На основе полученного аналитического решения можно произвести проверку численного решения аналогичной задачи методом конечных элементов, который является более универсальным и позволяет рассмотреть более сложные варианты конструкции кабелей.

Полученная зависимость толщины скин - слоя от частоты тока в коаксиальном кабеле с жилами из различных проводников позволила сделать вывод, о целесообразности применения многожильного кабеля в области высоких частот, а так же для одножильного кабеля возможность применения медного провода, покрытого слоем серебра для уменьшения скин-эффекта и увеличения проводимости.

### Список использованных источников

1 Какой коаксиальный кабель выбрать? [Электронный ресурс]. – <http://tze1.ru/articles/detail/kakoy-koaksialnyy-kabel-vybrat.html>.

2 **Шурина, Э. П., Великая, М. Ю., Федорук, М. П.** Об алгоритмах решения уравнений Максвелла на неструктурированных сетках// Вычислительные технологии. Том 5, № 6, 2000 – 238 с.

3 **Andrey Strikwerda.** Моделирование кабелей и линий передач в среде COMSOL Multiphysics. [Электронный ресурс]. – <https://www.comsol.ru/blogs/model-cables-and-transmission-lines-in-comsol-multiphysics>.

4 Скин-эффект. [Электронный ресурс]. – <https://www.booksite.ru/fulltext/1/001/008/102/862.htm>.

5 **Андреева, О. А. Гоненко, Т. В.** Применение компьютерного моделирования внешнего магнитного поля методом конечных элементов для диагностики повреждений асинхронного двигателя. // Вестник ПГУ, №2, 2019 г.

6 Коаксиальные кабели, применение и характеристики. [Электронный ресурс]. – <https://rostech.info/koaksialnye-kabeli-primenenie-i-harakteristiki>.

7 Что такое скин-эффект и где его используют на практике. [Электронный ресурс]. – <https://zen.yandex.ru/media/energofizik/chtotakoe-skin-effekt-i-gde-ego-ispolzuiut-na-praktike-5c7548d9317b9c00b411c5ca>.

8 Скин-эффект. [Электронный ресурс]. – <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/236909>.

9 **Зайцев, Е. С.** Разработка математических моделей и алгоритмов системы мониторинга пропускной способности кабельных линий напряжением 110-500 КВ./Автореферат диссертации, Иваново, 2016 г.

10 **Борисов, А. В.** Численное моделирование физических процессов с применением метода конечных элементов на базе COMSOL Multiphysics :

учебно-методический комплекс / А. В. Борисов, А. А. Воронцов; Том. гос. ун-т, [Ин-т дистанционного образования]. – Томск: [ИДО ТГУ], 2010. [Электронный ресурс]. – URL: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000405404>.

## References

1 Какoj коаксиал'ный кабель' vybrat'? [Which coaxial cable should you choose?] [Electronic resource]. – <http://tze1.ru/articles/detail/kakoy-koaksialnyy-kabel-vybrat.html>.

2 **Shurina, E. P., Velikaya, M. Yu., Fedoruk, M. P.** Ob algoritmah resheniya uravnenij Maksvela na nestruturirovannyh setkah. [On algorithms for solving Maxwell's equations on unstructured grids] // Computational Technologies Volume 5, No. 6, 2000. – 238 p.

3 **Andrey Strikwerda.** Modelirovanie kabelej i linij peredach v srede COMSOL Multiphysics. [Modeling cables and transmission lines in COMSOL Multiphysics] [Electronic resource]. – <https://www.comsol.ru/blogs/model-cables-and-transmission-lines-in-comsol-multiphysics>.

4 Skin-эффект. [Skin effect] [Electronic resource]. – <https://www.booksite.ru/fulltext/1/001/008/102/862.htm>.

5 **Andreeva, O. A. Gonenko, T. V.** Primenenie komp'yuternogo modelirovaniya vneshnego magnitnogo polya metodom konechnyh elementov dlya diagnostiki povrezhdenij asinhronnogo dvigatelya. [Application of computer simulation of an external magnetic field by the finite element method for diagnosing damage to an induction motor] // PSU Bulletin, No. 2, 2019. – С. 34–38.

6 Коаксиал'ные кабели, применение и характеристики [Coaxial cables, application and characteristics. [Electronic resource]. – <https://rostech.info/koaksialnye-kabeli-primenenie-i-harakteristiki>.

7 Chto takoe skin-эффект i gde ego ispol'zuyut na praktike. [What is skin effect and where is it used in practice] [Electronic resource]. – <https://zen.yandex.ru/media/energofiksik/chto-takoe-skin-effekt-i-gde-ego-ispolzuiut-na-praktike-5c7548d9317b9c00b411c5ca>.

8 Skin-эффект. [Skin effect] [Electronic resource]. – <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/236909>.

9 **Zajcev, E. S.** Razrabotka matematicheskikh modelej i algoritmov sistemy monitoringa propusknnoj sposobnosti kabel'nyh linij napryazheniem 110-500 KV [Development of mathematical models and algorithms for monitoring the throughput of cable lines with a voltage of 110-500 kV]./ Abstract of dissertation, Ivanovo, 2016. – 26 p.

10 **Borisov, A. V.** Chislennoe modelirovanie fizicheskikh processov s primeneniem metoda konechnyh elementov na baze COMSOL Multiphysics: uchebno-metodicheskiy kompleks [Numerical modeling of physical processes using the finite element method based on COMSOL Multiphysics: educational and methodological complex] / AV Borisov, AA Vorontsov; Tom. state un-t, [Institute of distance education]. – Tomsk : [IDO TSU], 2010. [Electronic resource]. – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000405404>.

Материал поступил в редакцию 19.03.21.

*T. C. Герасименко*

**Comsol Multiphysics ортасын пайдалана отырып, коаксиалды кабельдегі жоғары жиіліктер саласындағы ток тығыздығын бөлуді зерттеу**

С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті,  
Қазақстан Республикасы, Нұр-Сұлтан қ.  
Материал 19.03.21 баспаға түсті.

*T. S. Gerassimenko*

**Investigation of the current density distribution in the high-frequency region in a coaxial cable using the Comsol Multiphysics environment**

S. Seifullin Kazakh AgroTechnical University,  
Republic of Kazakhstan, Nur-Sultan.  
Material received on 19.03.21.

*Мақалада бір ядролы коаксиалды кабельдің магнит өрісін соңғы элементтер әдісімен математикалық модельдеу мәселелері қарастырылады. COMSOL MULTIPHYSICS бағдарламалық кешенінде мыс өзегі бар коаксиалды кабельдің математикалық моделі әзірленгендіктен жоғары жиіліктер саласындағы магнит өрістерін зерттеуге мүмкіндік берді. Жұмыста ауыспалы электр тогы ағып жатқан кезде өткізгіштің ортасынан оның бетіне электр зарядтарын ығыстырудан тұратын скин-эффект әсері айқын көрсетілген. Сондай-ақ, әртүрлі өткізгіштер үшін тері қабатының қалыңдығы есептелді және беткі әсерді жою үшін кейбір ұсыныстар берілді.*

*Кілтті сөздер: математикалық модельдеу, магнит өрісі, коаксиалды кабель, тері эффектiсi.*

*The article deals with the mathematical modeling of the magnetic field of a single-core coaxial cable using the finite element method. In the COMSOL MULTIPHYSICS software package, a mathematical model of a coaxial cable with a copper core was developed, which made it possible to study magnetic fields in the high-frequency region. The work demonstrates very clearly the effect of the skin effect, which consists in the displacement of electric charges from the center of the conductor to its surface when an alternating electric current flows through it. We also calculated the thickness of the skin layer for various conductors and gave some recommendations for eliminating the surface effect.*

*Keywords: mathematical modeling, magnetic field, coaxial cable, skin effect.*

Теруге 19.03.2021 ж. жіберілді. Басуға 29.03.2021 ж. қол қойылды.

Электрондық баспа

17,4 Мб RAM

Шартты баспа табағы 21,0. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.

Компьютерде беттеген: А. К. Шукурбаева

Корректор: А. Р. Омарова

Тапсырыс № 3746

Сдано в набор 19.03.2021 г. Подписано в печать 29.03.2021 г.

Электронное издание

17,4 Мб RAM

Усл. печ. л. 21,0. Тираж 300 экз. Цена договорная.

Компьютерная верстка: А. К. Шукурбаева

Корректор: А. Р. Омарова

Заказ № 3746

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған

«Торайғыров университет»

коммерциялық емес акционерлік қоғамы

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы

«Торайғыров университет»

коммерциялық емес акционерлік қоғамы

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

8 (7182) 67-36-69

E-mail: [kereku@tou.edu.kz](mailto:kereku@tou.edu.kz)

[www.vestnik.tou.edu.kz](http://www.vestnik.tou.edu.kz)