

Торайғыров университетінің хабаршысы  
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ  
Вестник Торайғыров университета

---

# Торайғыров университетінің ХАБАРШЫСЫ

Энергетикалық сериясы  
1997 жылдан бастап шығады



## ВЕСТНИК Торайғыров университета

Энергетическая серия  
Издается с 1997 года

ISSN 2710-3420

---

№ 1 (2023)

ПАВЛОДАР

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ**  
**Вестник Торайгыров университета**

**Энергетическая серия**

выходит 4 раза в год \_\_\_\_\_

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о постановке на переучет периодического печатного издания,  
информационного агентства и сетевого издания

№ 14310-Ж

выдано

Министерство информации и общественного развития  
Республики Казахстан

**Тематическая направленность**

публикация материалов в области электроэнергетики,  
электротехнологии, автоматизации, автоматизированных и  
информационных систем, электромеханики и теплоэнергетики

**Подписной индекс – 76136**

---

<https://10.48081/BNAS6555>

**Бас редакторы – главный редактор**

Кислов А. П.  
*к.т.н., профессор*

Заместитель главного редактора

Талипов О. М., *доктор PhD*

Ответственный секретарь

Калтаев А.Г., *доктор PhD*

**Редакция алқасы – Редакционная коллегия**

Клецель М. Я., *д.т.н., профессор*  
Новожилов А. Н., *д.т.н., профессор*  
Никитин К. И., *д.т.н., профессор (Россия)*  
Никифоров А. С., *д.т.н., профессор*  
Алиферов А.И., *д.т.н., профессор (Россия)*  
Кошеков К.Т., *д.т.н., профессор*  
Приходько Е.В., *к.т.н., профессор*  
Оспанова Н. Н., *к.п.н., доцент*  
Нефтисов А. В., *доктор PhD*  
Омарова А.Р., *технический редактор*

---

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели  
Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов  
При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник Торайгыров университета» обязательна

**\*Л. Г. Касенова<sup>1</sup>, М. Ж. Есекеева<sup>2</sup>, К. Т. Иманжанова<sup>3</sup>,  
Б. О. Сатаев<sup>4</sup>**

<sup>1,2</sup>Esil University, Республика Казахстан г. Астана;

<sup>3</sup>Восточно-Казахстанский университет имени С. Аманжолова,  
Республика Казахстан, г. Усть-Каменогорск;

<sup>4</sup>Акмолинский филиал АО «Энергоинформ»,  
Республика Казахстан г. Астана

e-mail: kassenova\_lg@mail.ru

## **ПРИНЦИП ВЗАИМНОСТИ В ОСНОВЕ ОДНОГО ИЗ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОСТАТИКЕ**

*Основная задача электростатики заключается в отыскании напряженности электрического поля системы зарядов в присутствии проводников и диэлектриков. Решение этой задачи представляет значительные трудности даже для уединенных проводников и диэлектриков, находящихся во внешних электрических полях. В реальных электрохимических системах бывает трудно промоделировать и измерить электрические поля, поэтому для расчета электромагнитных параметров требуется применение методов теоретической физики.*

*Общие методы решения задач по электростатике изучаются в разделах математической физики. На сегодняшний день существует ряд сравнительно простых частных методов, позволяющих решать задачи по электростатике, не выходя за пределы элементарной математики. В статье представлен один из таких методов, основанный на принципе взаимности. Из данного принципа, в частности, следует, что если есть два проводника при этом первый несет на себе заряд  $q$ , а второй не заряжен, то если перенести весь заряд  $q$  с первого проводника на второй, то на первом проводнике установится такой же потенциал, какой был на втором проводнике.*

*Принцип взаимности устанавливает перекрёстную связь между двумя источниками и создаваемыми ими полями в местах расположения источников (из рассмотрения исключают значения*

полей в областях, не содержащих источников). Он выражает определенную симметрию между величинами на входе цепи, к которому прикладывается воздействие, и реакцией на это воздействие на выходе цепи.

Принцип взаимности справедлив для разнообразных систем (механических, акустических, электромагнитных и др.), описываемых линейными уравнениями; его следствием являются соотношения взаимности для функций Грина.

Ключевые слова: электростатическое поле, индуцированный заряд, потенциал, принцип взаимности, проводящая поверхность.

### Введение

Изучая постоянные (не изменяющиеся со временем) электрические поля, создаваемые заряженными проводниками, прежде всего следует иметь в виду, что напряженность электростатического поля внутри проводников равна нулю. Отсюда непосредственно следует, что заряды в проводниках распределяются по их поверхности. Таким образом, задачи электростатики обычно сводятся к нахождению электрического поля вне проводников и к определению распределения зарядов на поверхности проводников [1].

Сформулируем несколько типичных электростатических задач.

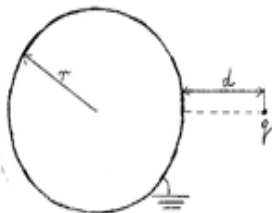


Рисунок 1

Задача 1. Точечный заряд  $q$  находится на расстоянии  $d$  от поверхности заземленного сферического проводника радиуса  $r$  (рисунок 1). Определить заряд  $q'$ , индуцированный на этой поверхности.

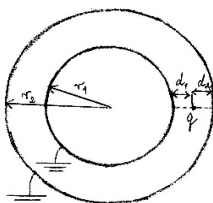


Рисунок 2

Задача 2. Между двумя заземленными концентрическими сферическими поверхностями, радиусы которых  $r_1$  и  $r_2$ , помещен точечный заряд  $q$  (рисунок 2). Расстояния от заряда до сферических поверхностей равны соответственно  $d_1$  и  $d_2$ . Найти индуцированные на сферах заряды  $q_1'$  и  $q_2'$ .

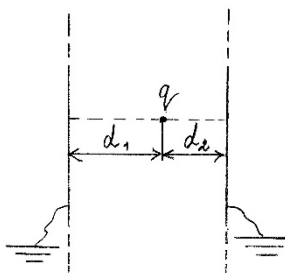


Рисунок 3

Задача 3. Точечный заряд  $q$  находится на расстояниях  $d_1$  и  $d_2$  от проводящих заземленных бесконечных плоскостей (рисунок 3). Найти заряды  $q_1'$  и  $q_2'$ , наведенные на этих плоскостях.

### Материалы и методы

Общие методы решения подобных задач изучаются в соответствующем разделе математической физики. Однако существует ряд сравнительно простых частных методов, которые позволяют решать задачи по электростатике, не выходя за пределы элементарной математики. Здесь мы рассмотрим один из таких методов, основанный на принципе взаимности, сущность которого заключается в следующем: если в системе из  $n$  проводников проводники, несущие заряды  $q_1, q_2, \dots, q_n$  имеют потенциалы  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  соответственно, а при зарядах  $q_1', q_2', \dots, q_n'$  потенциалы проводников равны  $\varphi_1', \varphi_2', \dots, \varphi_n'$  то справедливо равенство

$$\sum_{i=1}^n q_i \cdot \varphi_i' = \sum_{i=1}^n q_i' \cdot \varphi_i \quad (1)$$

Покажем, что это действительно так.

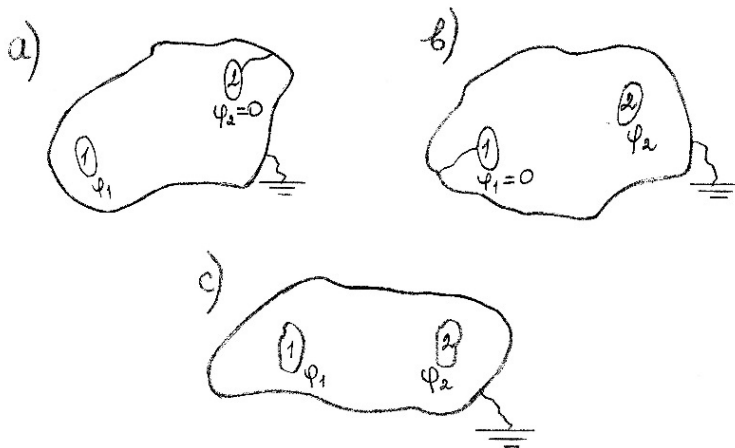


Рисунок 4

Согласно принципу суперпозиции потенциалы проводников находятся в линейной зависимости от зарядов. Или, наоборот, заряды на проводниках линейно зависят от потенциалов. Рассмотрим сначала частный случай – внутри заземленной проводящей поверхности находятся два заряженных проводника 1 и 2 (рисунок 4).

Соединим второй проводник с заземленной поверхностью, тогда потенциал этого проводника обратится в нуль (рисунок 4а). Потенциал первого проводника обозначим через  $\varphi_1$ . Заряды на каждом из проводников должны быть пропорциональны  $\varphi_1$ , то есть

$$\Delta q_1 = C_{11} \varphi_1 \quad \text{и} \quad \Delta q_2 = C_{21} \varphi_1 \quad (2)$$

Здесь  $\Delta q_1, \Delta q_2$  – заряды на первом и втором проводниках соответственно, а  $C_{11}, C_{21}$  – постоянные величины, называемые коэффициентом емкости и зависящие от формы и взаимного расположения проводников.  $C_{11}$  и  $C_{21}$  характеризуют заряды первого и второго проводников, в случае когда потенциал первого проводника равен единице, а второй проводник заземлен.

Теперь заземлим первый проводник, а потенциал второго проводника обозначим через  $\varphi_2$  (рисунок 4b). Тогда

$$\Delta q_1' = C_{12} \varphi_2 \quad \text{и} \quad \Delta q_2' = C_{22} \varphi_2 \quad (3)$$

где  $\Delta q_1'$ ,  $\Delta q_2'$  – новые заряды на проводниках, а  $C_{12}$ ,  $C_{22}$  – соответствующие коэффициенты емкости.  $C_{12}$ ,  $C_{22}$  показывают, каковы заряды первого и второго проводников, если потенциал второго проводника равен единице, а первый проводник заземлен.

Очевидно, что если ни один из проводников не заземлен и их потенциалы равны  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  (рисунок 4с), то заряды  $q_1$  и  $q_2$  на проводниках равны соответственно

$$q_1 = C_{11} \varphi_1 + C_{12} \varphi_2,$$

$$q_2 = C_{21} \varphi_1 + C_{22} \varphi_2$$

Эти соотношения получены путем сложения выражений (2) и (3).

Аналогичные рассуждения можно провести и для общего случая, когда система состоит из  $n$  проводников. Для заряда  $q_i$   $i$ -го проводника получим

$$q_i = C_{i1} \varphi_1 + C_{i2} \varphi_2 + \dots + C_{in} \varphi_n = \sum_{k=1}^n C_{ik} \varphi_k, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

Здесь коэффициент емкости характеризует заряд  $i$ -го проводника, когда все проводники, кроме  $k$ -го заземлены, а потенциал  $k$ -го проводника равен единице. Пусть теперь заряд  $i$ -го проводника равен  $q_i$ , а его потенциал  $\varphi_i$ . Умножим равенство (4) почленно на :

$$q_i \varphi_i' = \sum_{k=1}^n C_{ik} \varphi_k \varphi_i',$$

а затем просуммируем обе части полученного равенства по всем значениям  $i$  от 1 до  $n$ :

$$\sum_{i=1}^n q_i \cdot \varphi_i' = \sum_{i,k=1}^n C_{ik} \varphi_k \varphi_i'$$

Но

$$\sum_{i,k=1}^n C_{ik} \varphi_k \varphi_i' = \sum_{i,k=1}^n C_{ik} \varphi_i' \varphi_k = \sum_{i=1}^n q_i' \varphi_i$$

(так как и  $i$ , и  $k$  принимают все значения от 1 до  $n$ ), поэтому окончательно получаем

$$\sum_{i=1}^n q_i \cdot \varphi'_i = \sum_{i=1}^n q_i' \varphi_i \quad (5)$$

Таким образом, принцип взаимности доказан, поскольку равенства (1) и (5) идентичны [2].

Результаты обсуждения. Прежде чем применить принцип взаимности для решения представленных выше задач, рассмотрим две дополнительные задачи.

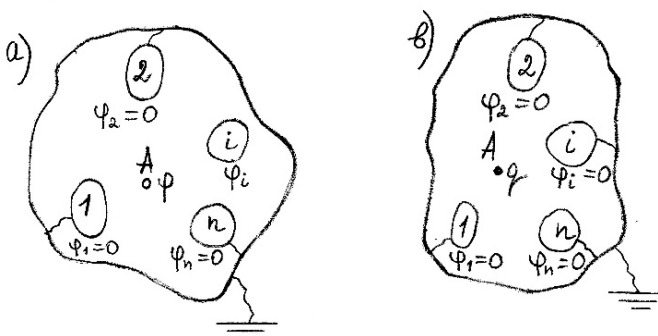


Рисунок 5

Дополнительная задача 1. Имеется система проводников, которые все, кроме  $i$ -го, заземлены, а  $i$ -й проводник имеет потенциал (рисунок 5). В некоторой точке  $A$  системы потенциал равен  $\varphi$ . Определить заряд, индуцируемый на  $i$ -м проводнике, если все проводники заземлить, а в точку  $A$  поместить заряд  $q$ .

Представим себе, что в точке  $A$  находится проводник, причем его линейные размеры малы по сравнению с расстоянием до других проводников (тогда его присутствие не изменит распределения зарядов и потенциалов в системе). Будем называть его проводником  $A$ . Рассмотрим два состояния системы:

заряд проводника  $A$  равен нулю, его потенциал  $\varphi$ , потенциал  $i$ -го проводника, а потенциалы всех остальных проводников равны нулю (рисунок 5а);

заряд проводника  $A$  равен  $q$ , потенциалы всех остальных проводников равны нулю, а заряд, индуцируемый на  $i$ -м проводнике, равен (рисунок 5б).

Согласно принципу взаимности



$$q\varphi + q_i'\varphi_i = 0,$$

откуда

$$q_i' = -q \frac{\varphi}{\varphi_i}$$

*Дополнительная задача 2.* В замкнутой проводящей поверхности 1, потенциал которой  $\varphi_1$ , находится проводник 2 (рисунок 6). Его потенциал равен  $\varphi_2$ , а потенциал точки A, находящейся между проводниками, равен  $\varphi$ . Найти заряды  $q_1$  и  $q_2$ , индуцируемые на проводниках, если проводники заземлить, а в точку A поместить заряд  $q$ .

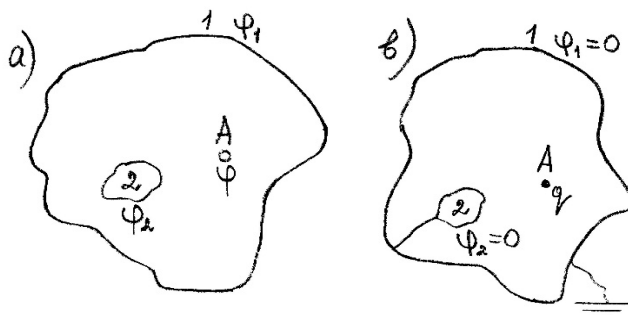


Рисунок 6

Имеем два состояния системы:

1 Заряд в точке A равен нулю, ее потенциал  $\varphi$ , а потенциалы проводников равны  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  (рисунок 6а);

2 Заряд проводника A равен  $q$ , потенциалы проводников равны нулю, а индуцированные на них заряды равны  $q_1$  и  $q_2$  (рисунок 6б).

Для простоты здесь и дальше мы будем говорить о заряде и о потенциале точки A, подразумевая, что в этой точке находится проводник (как это было сделано в задаче 1).

По принципу взаимности

$$q_1'\varphi_1 + q_2'\varphi_2 + q\varphi = 0 \quad (6)$$

Из одного этого равенства нельзя, конечно, найти оба индуцированных заряда. Однако можно воспользоваться еще тем условием, что проводящая поверхность 1 во втором случае заземлена. Это означает, что электрическое

поле снаружи отсутствует, а значит, алгебраическая сумма всех зарядов, находящихся внутри заземленной поверхности, равна нулю, то есть

$$q_1' + q_2' + q = 0 \quad (7)$$

Решая совместно уравнения (6) и (7), получим

$$q_1' = q \frac{\varphi_2 - \bar{\varphi}}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

$$q_2' = -q \frac{\varphi_1 - \varphi}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

Теперь можно вернуться к основным трем задачам. Для их решения используем принцип взаимности. Метод, основанный на применении этого принципа, несколько формальный, но очень простой и удобный. Вся сложность состоит только в том, чтобы разумно выбрать рассматриваемые два состояния системы и записать для них равенство (1) [3].

Решение задачи 1. По условию задачи точечный заряд  $q$  находится на определенном расстоянии от заземленной проводящей сферы, на которой наводится заряд  $q'$  (состояние 1).

Предположим, что сферическая поверхность не заземлена и имеет потенциал  $\varphi$ , а заряда  $q$  нет. Тогда на его месте потенциал поля равен

$$\varphi = \varphi_0 \frac{r}{r+d}$$

$r$  – радиус сферической поверхности,  $d$  – расстояние от заряда  $q$  до этой поверхности.

Это – второе состояние системы.

Запишем для этих двух состояний системы принцип взаимности:

$$q\varphi + q'\varphi_0 = 0,$$

или

$$q' = -q \frac{\varphi}{\varphi_0} = -q \frac{r}{r+d}$$

Полученный результат можно применить к случаю, когда заряд  $q'$  наводится на бесконечной проводящей плоскости. Действительно, бесконечную плоскость можно рассматривать как сферическую поверхность с бесконечно большим радиусом, то есть  $d \rightarrow \infty$ . Следовательно, в пределе при имеем:

$$q' = -q \frac{r}{r+d} = -q \frac{1}{1+\frac{d}{r}} = -q$$

то есть индуцированный на бесконечной плоскости заряд равен по величине, но противоположен по знаку поднесенному к плоскости точечному заряду, где бы этот заряд ни находился.

Решение задачи 2. Согласно условию задачи первое состояние системы таково: заряд  $q$  находится в заданной точке между заземленными сферическими поверхностями, на которых наводятся заряды  $q_1$  и  $q_2$ .

В качестве второго состояния рассмотрим случай, когда внешняя сфера заземлена, внутренняя сфера имеет потенциал  $\varphi$ , заряд  $q$  отсутствует, но на его месте потенциал поля равен  $\varphi$ .

Исходя из решения дополнительной задачи 1, получим

$$q_1' = -q \frac{\varphi}{\varphi_1} \quad (8)$$

Заряд  $q_2$ , индуцированный на внешней сфере, найдем из условия, что алгебраическая сумма зарядов, находящихся внутри заземленной поверхности, равна нулю:

$$q_1' + q_2' + q = 0 \quad (9)$$

Таким образом, нам остается найти отношение  $\frac{q_2'}{q_1'}$ . Предположим, что, когда внешняя сфера заземлена, а внутренняя имеет потенциал  $\varphi$ , заряд внутренней сферы равен  $q_0$ . Очевидно, что при этом на внешней сфере наведется заряд  $-q_0$ . Выразим потенциалы  $\varphi$  и  $\varphi_1$  через заряды  $q_0$  и  $-q_0$ :

$$\varphi = \frac{q_0}{r_1+d_1} + \frac{-q_0}{r_2},$$

$$\varphi_1 = \frac{q_0}{r_1} + \frac{-q_0}{r_2}.$$

Отсюда

$$\frac{\varphi}{\varphi_1} = \frac{\frac{1}{r_1+d_1} - \frac{1}{r_2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \quad (10)$$

Тогда окончательно из равенств (8)- (10) получим

$$q'_1 = -q \frac{r_1 d_2}{(r_1 + d_1)(d_1 + d_2)}$$

$$q'_2 = -q \frac{r_2 d_1}{(r_1 + d_1)(d_1 + d_2)}$$

Решение задачи 3. Оно непосредственно следует из решения задачи 2, поскольку две параллельные бесконечные плоскости можно рассматривать как две концентрические сферы с бесконечно большими радиусами [4,5].

Запишем результат решения задачи 2 в виде

$$q'_1 = -q \frac{r_1 d_2}{(r_1+d_1)(d_1+d_2)} = -q \frac{d_2}{\left(1+\frac{d_1}{r_1}\right)(d_1+d_2)},$$

$$q'_2 = -q \frac{r_2 d_1}{(r_1+d_1)(d_1+d_2)} = -q \frac{r_2 d_1}{(r_2-d_2)(d_1+d_2)} = -q \frac{d_1}{\left(1-\frac{d_2}{r_2}\right)(d_1+d_2)}.$$

Если  $r_1 \rightarrow \infty$  и  $r_2 \rightarrow \infty$  то

$$q'_1 = -q \frac{d_2}{d_1+d_2},$$

$$q'_2 = -q \frac{d_1}{d_1+d_2}.$$

**Выводы.** Для системы проводников существует принцип, называемый принципом взаимности. Он может быть получен на основании преобразований, вытекающих из формулы Грина

$$\int_V (\varphi'_\Delta \varphi - \varphi_\Delta \varphi') dV = \oint_S \left( \varphi' \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \varphi'}{\partial n} \right) dS$$

в качестве и два различных решения электростатической задачи, которым соответствуют два различных распределения поля. Интегрирование по объему приводит в этом случае к нулю, так как в пространстве между проводниками заряды отсутствуют, а следовательно, . Интегрирование по поверхности в правой стороне равенства (1) включает как интегрирование по бесконечно удаленной поверхности, так и по поверхностям проводников. При этом интеграл по бесконечно удаленной поверхности равен нулю в силу того, что поле на больших расстояниях от системы конечных проводников отсутствует. А интегрирование по поверхностям проводников приводит к выражениям для полного заряда проводников. Таким образом получается соотношение (1), которое имеет наименование принципа взаимности в электростатике [6,7].

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Петров, Н. Ю.** Физика. Вводный курс. Электростатика и законы постоянного тока: учебное пособие / Н. Ю. Петров, Е. И. Кренева, Н. В. Тарасенко, В. Я. Костюченко, М. Р. Мирсияпов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2019. – 114 с.

2 **Бобылев, Ю. В.** Электричество и магнетизм. Ч. 1. Электростатика. 2-е изд., испр. и доп / Ю. В. Бобылев, В. А. Панин, Р. В. Романов. – Тула: Изд-во: ТГПУ им. Л. Н. Толстого, 2016. – 140 с.

3 **Аплеснин, С. С.** Основы электродинамики. Теория, задачи и тесты: Уч. Пособие / С. С. Аплеснин, Л. И. Чернышова. – Изд-во: Лань, 2016. – Текст: электронный // ЭБС Лань [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com/search?query=электростатика> (Дата обращения: 19.12.2022).

4 **Киселев, Д. Ф.** Электричество и магнетизм. Методика решения задач. Учебное пособие / Д. Ф. Киселев, А. С. Жукарев, С. А. Иванов, С. А. Киров, Е. В. Лукашева. – М.: Физический факультет МГУ, 2010 г. – 332 с.

5 **Покровский, В. В.** Электромагнетизм. Методы решения задач: учебное пособие / В. В. Покровский. – 5-е изд., электрон. – М.: Лаборатория знаний, 2020. – 123 с.

6 **Sadybekov, M. A.** Representation of the Green's function of the exterior Neumann problem for the Laplace operator [Text] // M. A. Sadybekov, B. T. Torebek, B. Kh. Turmetov // Siberian Mathematical Journal. – 2017. – Volume 58. – P. 153–158.

7 **Паршаков, А. Н.** Принципы и практика решения задач по общей физике. Ч. 2: Электромагнетизм: учеб. пособие /А. Н. Паршаков. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2010. – 313 с.

8 **Kassenova L. G.** Elements of innovation in teaching physics to students of technical specialties in the conditions of modernization of education [Text] / L. G. Kassenova // Вестник КазНПУ, серия «Физико-математическая». – 2019. – №3 (67). – С.154–158.

9 **Летута, С. Н.** Физика. Выпуск 7. Электростатика: учебное пособие для поступающих в вузы / С. Н. Летута, А. А. Чакак. – Оренбург: ОрГУ, 2016. –177 с.

10 **Гельфгат, И. М.** 1001 задача по физике с ответами, указаниями и решениями / И. М. Гельфгат, П. Э. Генденштейн, П. А. Кирик. – М.: Илекса, 2018 г. – 352 с.

## REFERENCES

1 **Petrov, N. YU., Kreneva, E. I., Tarassenko, N. V., Kostyuchenko, V. Ya., Mirsiyapov, M. R.** Fizika. Vvodnyy kurs. Elektrostatika i zakony postoyannogo toka: uchebnoye posobiye. [Physics. Introductory course. Electrostatics and direct current laws: textbook] [Text] – Novosibirsk: Publishing house of NSTU, 2019. – 114 p.

2 **Bobylev, Yu. V., Panin, V. A., Romanov, R. V.** Elektrichestvo i magnetizm. Ch. 1. Elektrostatika. 2-ye izd., ispr. i dop. [Electricity and magnetism. Part 1. Electrostatics. 2nd ed., rev. and additional] [Text] – Tula: Publishing house of TSPU, 2016. – 140 p.

3 **Aplessnin, S. S., Chernyshova, L. I.** Osnovy elektrodinamiki. Teoriya, zadachi i testy: uch. Posobiye [Fundamentals of electrodynamics. Theory, tasks and tests: textbook] [Text: electronic] – Publishing House: Lan, 2016. – URL: <https://e.lanbook.com/search?query=electrostatics> (Accessed: 12/19/2022).

4 **Kisselev, D. F., Zhukarev, A. S., Ivanov, S. A., Kirov, S. A., Lukashev, E. V.** Elektrichestvo i magnetizm. Metodika resheniya zadach. Uchebnoye posobiye [Electricity and magnetism. Problem solving technique. Textbook] [Text] – Moscow: Faculty of Physics of Moscow State University, 2010. – 332 p.

5 **Pokrovsky, V. V.** Elektromagnetizm. Metody resheniya zadach: uchebnoye posobiye [Electromagnetism. Problem solving methods: textbook] [Text] – Moscow: Laboratory of Knowledge, 2020. – 123 p.

6 **Sadybekov, M. A., Torebek, B. T., Turmetov, B. Kh.** Representation of the Green's function of the exterior Neumann problem for the Laplace operator [Text] // Siberian Mathematical Journal. – 2017. -Volume 58. – P. 153–158.

7 **Parshakov, A. N.** Printsipy i praktika resheniya zadach po obshchey fizike. Ch. 2: Elektromagnetizm: ucheb. posobiye [Principles and practice of solving problems in general physics. Part 2: Electromagnetism: textbook] [Text] – Perm: Publishing House of PSTU, 2010. – 313 p.

8 **Kassenova L. G.** Elements of innovation in teaching physics to students of technical specialties in the conditions of modernization of education [Text] // Vestnik KazNPU, seriya «Fiziko-matematicheskaya» - Bulletin of KazNPU, series «Physics and Mathematics», 3 (67) – 2019. – №3 (67). – P.154–158

9 **Letuta, S. N., Chakak, A. A.** Fizika. Vypusk 7. Elektrostatika: uchebnoye posobiye dlya postupaushchikh v vuzy [Physics. Issue 7. Electrostatics: a textbook for applicants to universities] [Text] - Orenburg: OSU, 2016. – 177 p.

10 **Gelfgat, I. M., Gendenshtein, P. E., Kirik, P. A.** 1001 zadacha po fizike s otvetami, ukazaniyami i resheniyami [1001 physics problems with answers, instructions and solutions] [Text] – Moscow: Plexa, 2018. – 352 p.

Материал поступил в редакцию 13.03.23.

\*Л. Г. Касенова<sup>1</sup>, М. Ж. Есекеева<sup>1</sup>, К. Т. Иманжанова<sup>2</sup>, Б. О. Сатаев<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Esil University, Астана қ.,

<sup>2</sup>С. Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті, Өскемен қ.,

<sup>3</sup>«Энергоинформ» АҚ Ақмола филиалы, Астана қ.

Материал баспаға 13.03.23 түсті.

## ЭЛЕКТРОСТАТИКА ЕСЕПТЕРІН ШЕШУ ӘДІСТЕРІНІҢ БІРІНЕ НЕГІЗДЕЛГЕН ӨЗАРАЛЫҚ ПРИНЦИПІ

*Электростатиканың негізгі міндеті-өткізгіштер мен диэлектриктердің қатысуымен зарядтар жүйесінің электр өрісі кернеулігін табу. Бұл мәселені шешу сыртқы электр өрістерінде орналасқан оқшауланған өткізгіштер мен диэлектриктер үшін де айтарлықтай қиындықтар туғызады. Нақты электрохимиялық жүйелерде электр өрістерін модельдеу және өлшеу қиын болуы мүмкін, сондықтан электромагниттік параметрлерді есептеу үшін теориялық физика әдістерін қолдану қажет.*

*Электростатика есептерін шешу жалпы әдістері математикалық физика бөлімдерінде қарастырылады. Бүгінгі таңда қарапайым математикадан тыс электростатика мәселелерін шешуге мүмкіндік беретін бірқатар қарапайым жеке әдістер жеткілікті. Мақалада өзаралық принципіне негізделген осындай әдістердің бірі келтірілген. Бұл қағида, атап айтқанда, келесіні білдіреді: берілген екі өткізгіштің біріншісінің заряды  $q$ , ал екіншісі зарядталмаған деп есептейік. Егер бірінші өткізгіштің  $q$  заряды екіншісіне өткізілсе, бірінші өткізгіштің потенциалы екінші өткізгіштің потенциалымен бірдей болады.*

*Өзара принципі екі тоқ көздер мен олар орналасқан жерлерде құралған өрістер арасында айқаспалы байланыс орнатады (қарастырудан көздері жоқ салалардағы өрістердің мәні алынып тасталады). Ол әсер ететін тізбектің кірісіндегі шамалар мен тізбектің шығысындағы осы әсерге реакция арасындағы белгілі бір симметрияны білдіреді.*

*Өзара принципі сызықтық теңдеулермен сипатталған түрлі жүйелер үшін жарамды (механикалық, акустикалық, электромагниттік және т. б.); оның салдары Грин функциялары үшін өзара қатынас болып табылады.*

*Кілтті сөздер: электростатикалық өріс, индукцияланған заряд, потенциал, өзаралық принципі, өткізгіш жазықтық.*

\* L. G. Kassenova<sup>1</sup>, M. Zh. Yessekeeva<sup>1</sup>, K. T. Imanzhanova<sup>2</sup>, B. O. Satayev<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Esil University, Republic of Kazakhstan, Astana c.,

<sup>2</sup>S. Amanzholov East Kazakhstan University, Ust-Kamenogorsk c.,

<sup>3</sup>Akmola branch of the JSC «Energoinform»,

Republic of Kazakhstan, Astana

Material received on 13.03.23

## **THE PRINCIPLE OF RECIPROCITY IS THE BASIS OF ONE OF THE METHODS FOR SOLVING PROBLEMS IN ELECTROSTATICS**

*The main task of electrostatics is to find the electric field strength of a charge system in the presence of conductors and dielectrics. The solution of this problem presents considerable difficulties even for insulated conductors and dielectrics located in external electric fields. In real electrochemical systems, it can be difficult to model and measure electric fields, so the calculation of electromagnetic parameters requires the use of theoretical physics methods.*

*General methods for solving problems in electrostatics are studied in the sections of mathematical physics. To date, there are a number of relatively simple partial methods that allow solving problems in electrostatics without going beyond the limits of elementary mathematics. The article presents one of these methods, based on the principle of reciprocity. From this principle, in particular, it follows that if there are two conductors, while the first carries a charge  $q$ , and the second is not charged, then if you transfer the entire charge  $q$  from the first conductor*



*to the second, then the first conductor will have the same potential as it was on the second conductor.*

*The principle of reciprocity establishes a cross-connection between two sources and the fields they create at the source locations (the values of fields in areas that do not contain sources are excluded from consideration). It expresses a certain symmetry between the quantities at the input of the circuit to which the effect is applied and the reaction to this effect at the output of the circuit.*

*The reciprocity principle is valid for a variety of systems (mechanical, acoustic, electromagnetic, etc.) described by linear equations; its consequence is the reciprocity relations for Green's functions.*

*Keywords: electrostatic field, induced charge, potential, reciprocity principle, conductive surface.*

Теруге 13.03.2023 ж. жіберілді. Басуға 31.03.2023 ж. кол қойылды.

Электронды баспа

3,44 Мб RAM

Шартты баспа табағы 23.59. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.

Компьютерде беттеген: А. К. Мыржикова

Корректор: А. Р. Омарова

Тапсырыс № 4039

Сдано в набор 13.03.2023 г. Подписано в печать 31.03.2023 г.

Электронное издание

3,44 Мб RAM

Усл. печ. л. 23.59. Тираж 300 экз. Цена договорная.

Компьютерная верстка: А. К. Мыржикова

Корректор: А. Р. Омарова, Д. А. Кожас

Заказ № 4039

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған

Торайғыров университеті

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы

Торайғыров университеті

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

67-36-69

E-mail: [kereku@tou.edu.kz](mailto:kereku@tou.edu.kz)

[www.vestnik-energy.tou.edu.kz](http://www.vestnik-energy.tou.edu.kz)